

Aufgaben: Differenzialrechnung

Aufgabe 1

Wir haben $f(x) = \frac{1}{x}$. Bestimmen Sie $f'(x)$ mit Hilfe von $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie jeweils $f'(x)$ und $f''(x)$:

(1) $f(x) = x^4 - 3 \cdot x^2 - \cos(x)$, (2) $f(x) = 3 \cdot e^x - \frac{3}{\sqrt{x}}$

Aufgabe 3

Wir haben $f(x) = -x^2 - 2 \cdot x$. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an der Stelle $x_0 = -2$.

Aufgabe 4

Prüfen Sie, ob folgende Funktionen an der Stelle x_0 stetig und differenzierbar sind:

(1) $f(x) = |x-1|$, $x_0 = 1$

(2) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{für } x \leq 1 \\ 1-x & \text{für } x > 1 \end{cases}$, $x_0 = 1$

Aufgabe 5

Berechnen Sie jeweils $f'(x)$:

(1) $f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$, (2) $f(x) = x^4 \cdot \ln(x)$, (3) $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^x$, (4) $f(x) = \frac{x^3+1}{x-1}$,

(5) $g(t) = \frac{\ln(t)}{t}$, (6) $h(s) = \frac{\cos(s)}{s+1}$

Aufgabe 6

Vervollständigen Sie folgende Tabelle:

$f(x)$	$v(x)$	$u(v)$	$v'(x)$	$u'(v)$	$u'[v(x)]$	$f'(x)$
$(5 \cdot x - 1)^3$	$5 \cdot x - 1$	v^3	5	$3 \cdot v^2$	$3 \cdot (5 \cdot x - 1)^2$	$15 \cdot (5 \cdot x - 1)^2$
	$2 \cdot x^2 + 1$	v^4				
$\frac{2}{\sin^2(x)}$		$2 \cdot v^{-2}$				
$\sqrt{4 + x^2}$	$4 + x^2$					

Aufgabe 7

Berechnen Sie jeweils $f'(x)$:

(1) $f(x) = \sqrt{2 + (1 - x)^2}$, (2) $f(x) = \sin^2(x^2)$