

Übungsaufgaben zur Matrizenrechnung

Aufgabe 1

Addieren Sie (wenn möglich) die folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

c) $(3 \ 7 \ 0) + (3 \ -4 \ 2)$

Aufgabe 2

Multiplizieren Sie (wenn möglich) die folgenden Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 8 & 3 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

Geben Sie jeweils die transponierte Matrix A^T an:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 4

Berechnen Sie jeweils die zur Matrix A inverse Matrix A^{-1} :

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

Aufgabe 5

Entscheiden Sie durch Berechnung der Koeffizienten-Determinante, ob die folgenden linearen Gleichungssysteme eine eindeutig bestimmte Lösung besitzen oder nicht:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -20 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \text{b) } \begin{pmatrix} 4 & -8 & -2 \\ 9 & 1 & 5 \\ 8 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Zusatzaufgaben (freiwillig)

Aufgabe 1

Zerlegen Sie die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ so in zwei Summanden $A = A_1 + A_2$, dass $A_1 = A_1^T$ symmetrisch und $A_2 = -A_2^T$ schiefsymmetrisch ist.

Aufgabe 2

Berechnen Sie alle zulässigen Produkte, die sich aus den folgenden Matrizen bilden lassen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie die folgenden Determinanten:

$$\text{a) } D_1 = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{b) } D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Hinweis: Entwickeln Sie die Determinanten jeweils nach einer Zeile oder Spalte, die möglichst viele Nullen enthält.

Aufgabe 4

Berechnen Sie die zu $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ inverse Matrix A^{-1} .