Aufgaben: Ableitungen (2)

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren jeweils den Näherungswert x_2 für die Nullstellen folgender Funktionen. Benutzen Sie jeweils fünf Nachkommastellen.

(1) $f(x) = x^2 - e^x \quad \mathbb{D}_f = \mathbb{R} \quad x_0 = -1$

(Der Computer liefert für die Nullstelle den Wert $x = -0,70346742$.)

(2) $f(x) = \ln(x) + x \quad \mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} \quad x_0 = 0,6$

(Der Computer liefert für die Nullstelle den Wert $x = 0,56714329$.)

(3) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{25}{13} \quad \mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\} \quad x_0 = 4$

(Der exakte Wert der Nullstelle ist $x = \left(\frac{25}{13}\right)^2 = \frac{625}{169} \approx 3,69822$.)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de l'Hôspital:

(1) $\lim\limits_{x \to 1+0} \frac{x^2 - 1}{3 \cdot x - 3}$, (2) $\lim\limits_{x \to 0-0} \frac{3^x - 1}{\ln(1 - x)}$, (3) $\lim\limits_{x \to 2-0} \frac{x^3 - 8}{24 - 12 \cdot x}$

Aufgabe 3

(1) Ermitteln Sie die Elastizität von $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x} + 3 \cdot x \quad \mathbb{D}_f = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$ an der Stelle $x_0 = 1$.

(2) Die Nachfrage nach Gut X ist durch die Nachfragefunktion $x(p_x) = 50 - \sqrt{p_x}$ $\mathbb{D}_x = \{p_x \in \mathbb{R} | 0 \leq p_x \leq 2.500\}$ gegeben. $p_{x0} = 100$ ist der aktuelle Preis des Gutes. Wie verändert sich die Nachfrage nach Gut X prozentual, wenn sich der Preis um ein Prozent erhöht?

© Dr. rer. pol. Jens Siebel, 2010