

Aufgaben: Ableitungen

Aufgabe 1

Bilden Sie die erste Ableitung, und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

(1) $f(x) = x^6$, (2) $f(x) = x^{-6}$, (3) $f(x) = \sqrt{x}$, (4) $f(x) = \frac{1}{x^5}$, (5) $f(x) = x$,

(6) $f(x) = 3^x$, (7) $f(x) = (2 \cdot e)^x$, (8) $f(x) = (e^2)^x$, (9) $f(x) = x^5 + x^3 + 8$,

(10) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x^8 - 2 \cdot x^4$, (11) $f(x) = 12 \cdot \ln(x)$, (12) $f(x) = 2 \cdot 7^x$, (13) $f(x) = \frac{1}{5} \cdot e^x$,

(14) $f(x) = x^2 \cdot x^4$, (15) $f(x) = x \cdot \ln(x)$, (16) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot x^4$,

(17) $f(x) = (x^2 + 2 \cdot x) \cdot (x^3 + x)$, (18) $f(x) = \frac{5 \cdot x^5}{x+2}$, (19) $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$

Aufgabe 2

Bilden Sie die erste Ableitung, und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

(1) $f(x) = (2 \cdot x + 4)^3$, (2) $f(x) = e^{4x}$, (3) $f(x) = \ln(9 \cdot x^3)$, (4) $f(x) = [\ln(x)]^6$,

(5) $f(x) = \sqrt[5]{x^5 + 1}$, (6) $f(x) = \ln(10^x)$

Aufgabe 3

Wir haben die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$ $D_f = \mathbb{R}$. Zeichnen Sie $f(x)$, $f'(x)$

und $f''(x)$ in ein Diagramm.

Aufgabe 4

Ermitteln Sie jeweils die zweite Ableitung:

(1) $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x$, (2) $f(x) = \ln(x+1)$, (3) $f(x) = 4 \cdot e^{6x}$, (4) $f(x) = \ln(9 \cdot x^3)$

(5) $f(x) = 2^x$, (6) $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$

Aufgabe 5

Prüfen Sie, ob die Funktion $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot x^2 & \text{für } x \geq 1 \\ \frac{1}{4} \cdot x & \text{für } x < 1 \end{cases}$ $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ an der Stelle $x = 1$ stetig

und differenzierbar ist.

Aufgabe 6

Wir haben die Funktion $f(x) = (x-1)^2 + 1$ $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

(1) Bestimmen Sie die Gleichungen der drei Tangenten, die den Funktionsgraphen an folgenden Stellen berühren: $x_0 = -1$, $x_0 = 1$, $x_0 = 2$

(2) Zeichnen Sie $f(x)$ und die Tangenten in ein Diagramm.