

Aufgaben: Kurvendiskussion (2)

Aufgabe 1

Wir haben die Funktion $f(x) = x^4 - 13 \cdot x^2 + 36 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

- (1) Bestimmen Sie die Nullstellen.
- (2) Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse.
- (3) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte.
- (4) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex oder streng konkav verläuft.
- (5) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich $-3 \leq x \leq 3$.

Aufgabe 2

Wir haben die Funktion $f(x) = 3 \cdot e^x - 4^x \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

- (1) Bestimmen Sie die Nullstellen.
- (2) Bestimmen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse.
- (3) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte.

Information: Es gilt:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3 \cdot e^x - 4^x = \underbrace{e^x}_{\rightarrow +0} \cdot \underbrace{\left[3 - \left(\frac{4}{e} \right)^x \right]}_{\rightarrow 3-0=3} = +0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} 3 \cdot e^x - 4^x = \underbrace{e^x}_{\rightarrow \infty} \cdot \underbrace{\left[3 - \left(\frac{4}{e} \right)^x \right]}_{\rightarrow -\infty} = -\infty$$

- (4) Bestimmen Sie sämtliche Wendepunkte. Geben Sie auch an, in welchen Bereichen die Funktion streng konvex oder streng konkav verläuft.
- (5) Zeichnen Sie die Funktion im Bereich $-3 \leq x \leq 3$.

Aufgabe 3

Über eine Funktion $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R} \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$ sind nur die folgenden Informationen bekannt:

- $S_y(0|0)$ ist der Schnittpunkt mit der y-Achse.
- $x_w = 4$ ist Wendestelle.
- $P_{\max}(2|1)$ ist Hochpunkt (inneres Maximum).

Bestimmen Sie a, b, c und d .